

## Mátrixmódszer

- **Feladat:** Határozzuk meg egy gráf összes viszonylatában a minimális utakat!



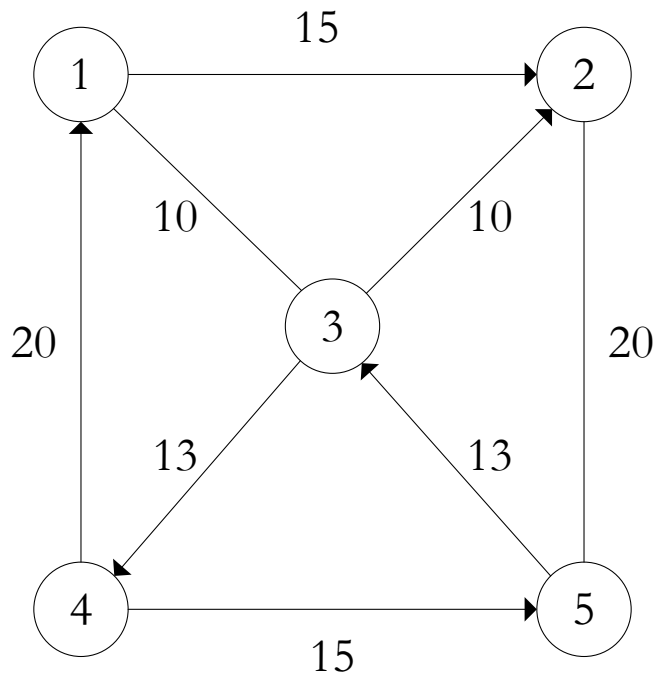
## Mátrixmódszer

- **Feladat:** Határozzuk meg egy gráf összes viszonylatában a minimális utakat!
- Távolságmátrix:
  - $T[x,y]$  az  $x$ - $y$  viszonylathoz tartozó aktuális minimális út hossza.
- Címke mátrix:
  - $C[x,y]$  az a pont amely az  $x$ - $y$  viszonylat aktuális minimális útján az  $x$  kezdőpont után jön.
- Algoritmus:
  - A  $T$  és  $C$  mátrixok **kezdőállapotából** kiindulva;
  - A mátrixokat **lépésenként javítva**;
  - Több lépés megtétele után jut el a végeredményt adó **végállapotba**.

# Mátrixmódszer

## ■ Kezdőállapot

- $T$ :  $T[x,y]$  legyen az  $x$ - $y$  él hossza, ha létezik ilyen él, egyébként legyen „végtelen nagy”!
- $C$ : A viszonylatok címkéi legyenek a végpontok!



<b>T</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	0	15	10	-	-
<b>2</b>	-	0	-	-	20
<b>3</b>	10	10	0	13	-
<b>4</b>	20	-	-	0	15
<b>5</b>	-	20	13	-	0

<b>C</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	1	2	3	4	5
<b>2</b>	1	2	3	4	5
<b>3</b>	1	2	3	4	5
<b>4</b>	1	2	3	4	5
<b>5</b>	1	2	3	4	5

## Mátrixmódszer

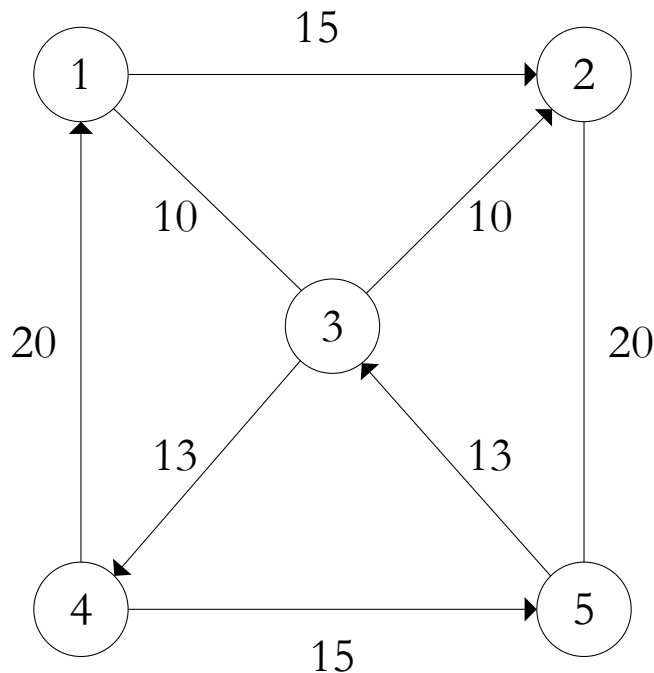
- Javító lépések
  - A hálózat minden  $w$  pontjára (egyszer) és ezen belül minden  $x$ - $y$  viszonylatra (egyszer) vizsgáljuk meg azt, hogy az  $x$ - $y$  viszonylat aktuális minimális útja **rövidíthető-e** a  $w$  ponton való áthaladással!
  - Ha  $T[x,w] + T[w,y] < T[x,y]$  teljesül (azaz  $w$ -n keresztül rövidítünk), akkor  $T[x,y]$  legyen  $T[x,w] + T[w,y]$  és  $C[x,y]$  legyen  $C[x,w]$ .



# Mátrixmódszer

## Végállapot

- $T$  végállapota megadja minden viszonylatra a minimális út hosszát. Pl. a 2-4 viszonylat távolsága 46.
- $C$  végállapota a megtalált minimális utakat tükrözi. Pl. a 2-4 viszonylat minimális útja: 2-5-3-4, hiszen  $C[2,4]=5$ ,  $C[5,4]=3$ ,  $C[3,4]=4$ .



<b>T</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	0	15	10	23	35
<b>2</b>	43	0	33	46	20
<b>3</b>	10	10	0	13	28
<b>4</b>	20	35	28	0	15
<b>5</b>	23	20	13	26	0

<b>C</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	1	2	3	3	2
<b>2</b>	5	2	5	5	5
<b>3</b>	1	2	3	4	4
<b>4</b>	1	1	5	4	5
<b>5</b>	3	2	3	3	5

## Faépítés

- **Feladat:** Határozzuk meg egy gráf adott kezdőpontú viszonylataiban a minimális utakat!



## Faépítés

- **Feladat:** Határozzuk meg egy gráf adott kezdőpontú viszonylataiban a minimális utakat!
- Távolságtömb:
  - Az egyes pontok aktuális távolsága a kezdőponttól.
- Címketömb:
  - Egy  $x$  pont címkéje az  $x$  pont elődje az aktuális minimális fában. A gyökérpont címkéje önmaga lesz.
- Algoritmus:
  - A  $T$  és  $C$  **kezdőállapotából** kiindulva;
  - Azok elemeit (tehát magát a fát) **lépésenként építve** és korrigálva;
  - Pontszám lépés megtétele után jut el a végeredményt adó **végállapotba**.

## Faépítés

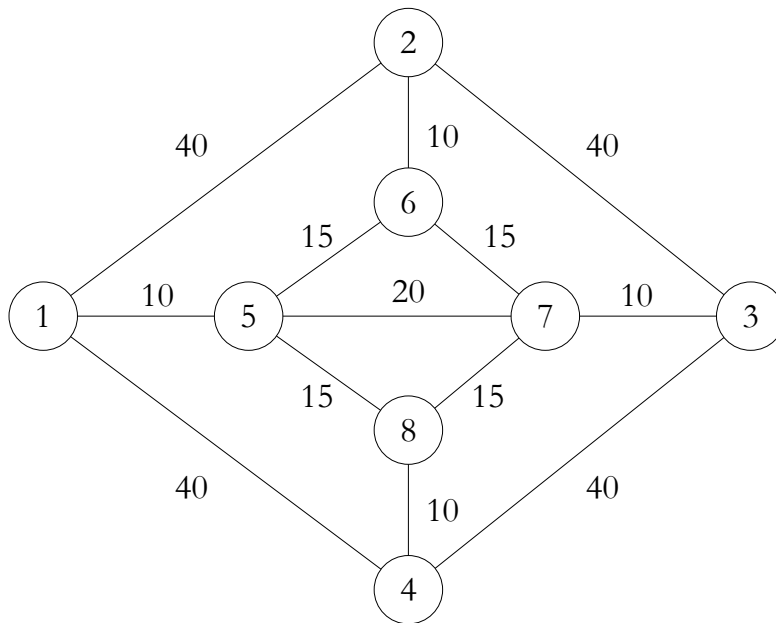
- Jelölések:
  - $K$ : a **kész** pontok halmaza, elemei már végleges (nem rövidíthető) távolsággal és végleges címkével rendelkeznek.
  - $A$ : az **aktív** pontok halmaza, elemei már rendelkeznek (nem „végtelen”) távolsággal és címkével, de ezek még változhatnak.
  - $H[x,y]$ : az  $x$ - $y$  él **hossza**.



# Faépítés

## ■ Kezdőállapot

- **T:** A kezdőponthoz rendeljük 0, a többi ponthoz „végtelen nagy” távolságértékeket!
- **C:** A kezdőpont címkéje legyen önmaga!
- **K:** Legyen üres!
- **A:** Csak a kezdőpontot tartalmazza!



	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>T</b>	0	-	-	-	-	-	-	-
<b>C</b>	1							

## ■ Megjegyzés:

- A kezdőállapot valójában az egy pontból, mint gyökérpontból álló fának felel meg.

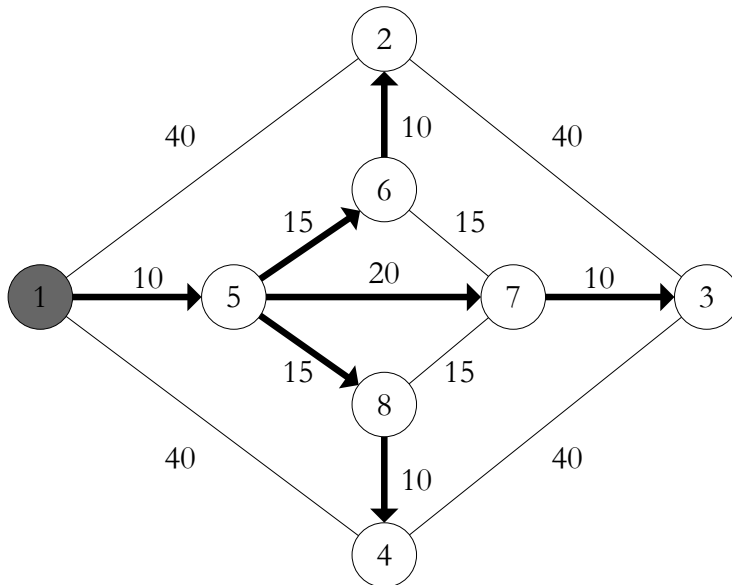
## Faépítés

- Javító lépések
  - a) Válasszuk ki az  $A$  halmaz minimális távolságú elemét, jelölje ezt  $x$ . Töröljük  $A$ -ból és vegyük hozzá  $K$ -hoz (ez már kész, nem változik)!
  - b) Az  $x$ -ből kiinduló élek minden  $y$  végpontjára vizsgáljuk meg azt, hogy  $y$  útja **rövidíthető-e** az  $x$  ponton való áthaladással! Ha  $T[x] + H[x, y] < T[y]$  teljesül, akkor  $T[y]$  legyen  $T[x] + H[x, y]$ ,  $C[y]$  legyen  $x$ , és  $A$  legyen  $A + [y]$ .
  - c) Ha van még aktív elem, azaz ha  $A$  nem üres, akkor folytassuk az a) ponttól!

# Faépítés

## Végállapot

- $T$  végállapota minden egyes pontra, mint végpontra megadja az adott kezdőpontból kiinduló, hozzá vezető minimális út hosszát. Pl. az 1-4 viszonylat távolsága 35.
- $C$  végállapota a megtalált minimális fát tükrözi. Pl. az 1-4 viszonylat minimális útja: 1-5-8-4, hiszen  $C[4]=8$ ,  $C[8]=5$ ,  $C[5]=1$ .



Az 1 gyökérpontú minimális fa

	1	2	3	4	5	6	7	8
T	0	35	40	35	10	25	30	25
C	1	6	7	8	1	5	5	5

A távolság- és címketömb